MODELAREA CUPLAJULUI ELASTIC ŞI DE SIGURANȚĂ PARTEA a-II-a MODELAREA DINAMICĂ

Ioan STROE[1], **Elena EFTIMIE**[1] **Lucian COTLEANU**[1], **Mihai FAZECAŞ**[2]
1) Universitatea "Transilvania" din Braşov, e-mail stroei@unitbv.ro,
e-mail lucicotleanu@yahoo.com,
2) Universitatea din Oradea e-mail mihaifazecas@yahoo.com

Keywords: Mechanical Transmission, Clutches, Dynamic Modeling.

Abstract: The paper presents the roll and the importance of the elastic and safety clutches, dynamic modeling; the elastic and safety clutch is included in a mechanical transmission. The next dynamic analysis algorithm is proposed: the problems wording of the dynamic modeling; the kinematical and static modeling of the elastic and safety clutches; the modeling of the induced correlations of the mechanical characteristics of the motors and effectors; the modeling of the semi clutches motion using the Lagrange educations – species II.

1. INTRODUCERE

Verificarea modelului matematic propus pentru determinarea caracteristicii elastice a cuplajelor elastice şi de siguranță, precum şi validarea soluției constructive şi tehnologice adoptate, se realizază prin compararea diagramelor toretice cu cele experimentale, determinate în regim static şi dinamic [2],[3].

Lucrarea are ca obiectiv prioritar modelarea dinamică a CES, considerat inclus în transmisia unei maşini.

2. MODELAREA CORELAȚIILOR INDUSE DE CARACTERISTICILE MECANICE ALE MOTOARELOR ŞI EFECTOARELOR

Se ştie că, în cazul general, mecanismul este o parte a unei maşini. Ca urmare, fiecare intrare a mecanismului este legată la un sistem energetic motor, iar fiecare ieşire este legată la un sistem energetic consumator. Fiecare sistem energetic (motor sau consumator) este caracterizat printr-o ecuație de dependență între parametrii exteriori, denumită caracteristică mecanică a sistemului energetic.

În consecință, în cazul cuplajului considerat, între parametrii exteriori ai mecanismului echivalent bimobil cu L=3 intrări şi ieşiri, sistemele energetice introduc încă L=3 ecuații de dependență de tipul:

$$M_1 = M_1(\varphi_1, \dot{\varphi}_1, t), \tag{1}$$

$$M_3 = M_3(\varphi_3, \dot{\varphi}_3, t), \tag{2}$$

$$F_a = F_a(s_a). \tag{3}$$

Aceste ecuații, împreună cu ecuațiile descrise de funcțiile de transmitere ale mişcărilor şi forțelor, vor forma un sistem de 2L=6 ecuații, care permit determinarea celor 2L parametrii exteriori.

Acest subcapitol are ca scop stabilirea celor L=3 parametrii exteriori rămaşi nedeterminați, prin introducerea celor L=3 caracteristici mecanice ale sistemelor energetice motoare şi consumatoare.

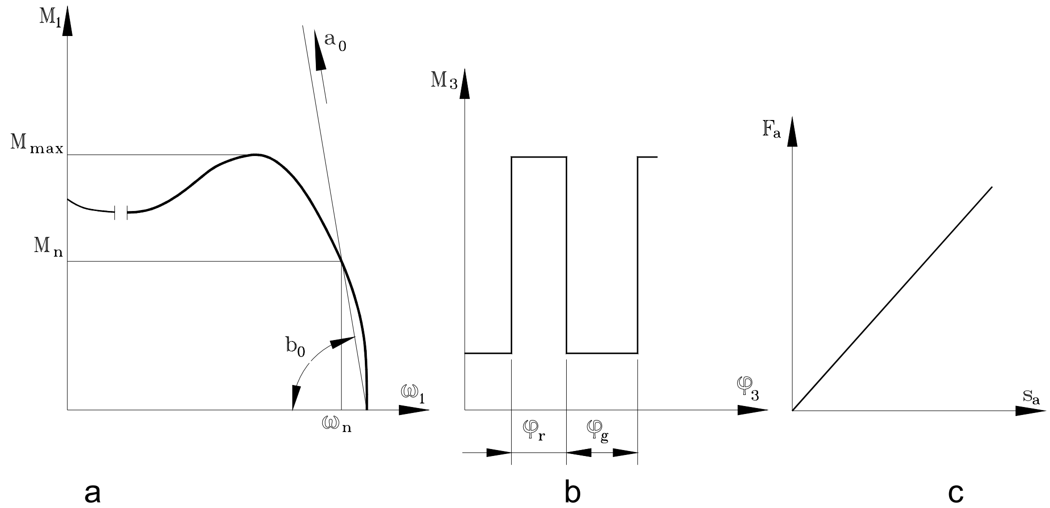


Fig. 1. Caracteristicile mecanice ale sistemelor energetice motoare şi rezistente

2.1. MODELAREA MOMENTULUI MOTOR

Deoarece descrierea şi reprezentarea funcțiilor tipice ale momentelor de antrenare sunt complicate din punct de vedere matematic, pentru acestea se folosesc, de regulă, caracteristici echivalente simplificate, accesibile calculelor.

În cazul studiat, se propune ca soluție simplificată porțiunea de funcționare liniară a caracteristicii unui motor asincron $M_1 = M_1(\omega_1)$ (fig.1,a).

Cazul simplu propus acoperă, în practică, un număr mare de procese tranzitorii de încărcare, ecuația momentului de torsiune al motorului având următoarea expresie

$$M_1 = a_0 - b_0\omega_1 = M_n\left(1 + \frac{M_{max}}{M_n}\right) - \frac{M_n}{\omega_n}\frac{M_{max}}{M_n}\omega_1, \tag{4}$$

în care a_0 reprezintă mărimea momentului convențional, care se obține dacă dreapta dată se prelungeşte până la intersecția cu axa ordonatelor, iar b_0 - coeficientul unghiular al acestei drepte.

Aceşti coeficienți se pot scrie în funcție de caracteristicile tehnice nominale ale motorului de antrenare ales (moment nominal şi viteză unghiulară, determinate la rândul lor în funcție de puterea şi turația nominală) şi în funcție de raportul M_{max}/M_n, dat în cataloagele de motoare.

2.2. MODELAREA MOMENTULUI REZISTENT

Pentru determinarea momentului rezistent, se va considera cazul unei diagrame specifică maşinilor percutante, cu moment rezistent mare la funcționarea de regim ($M_{şoc}$) şi cu momet rezistent mic la mers în gol (M_{tc}). O astfel de caracteristică este reprezentată în fig.1,b şi este exprimată de ecuația

$$M_{t3} = M_{tc} \quad \text{, pentru } \varphi \in \varphi_g \text{ şi } M_{t3} = M_{tc} + M_{soc} \text{, pentru } \varphi \in \varphi_r . \tag{5}$$

2.3. MODELAREA FORȚEI DIN ARC

În procesul de decuplare, deplasarea tacheților conduce la comprimarea arcurilor elicoidale. Ca urmare, la comprimarea arcurilor, asupra tacheților acționează forța rezistentă F_a. Cunoscând caracteristica elastică liniară a arcului, se poate scrie expresia forței din arc

$$F_a = F_{a1} + s_{23}K_a, \tag{6}$$

în care F_{a1} reprezintă forța de pretensionare a arcurilor, a cărui expresie are forma

$$F_{a1} = \frac{\left(M_{tc} + 3m_t k_1 k_2 \omega_0^2\right)(L_2 - L_1)(1 - \mu_B \mu_C) + 2\mu_C\left[\mu_B(L_2 - k_2) - k_1\right]}{3(L_2 - L_1)(k_1 + \mu_B k_2)}, \tag{7}$$

unde: k_a este rigiditatea arcului; μ_B – coeficientul de frecare dintre camă şi tachet; μ_C – coeficientul de frecare dintre camă şi semicuplajul condus; ω_0 - viteza unghiulară relativă necesară.

Expresia forței rezistente se va determina pentru cele două faze de decuplare, înlocuind pentru deplasarea s_{23} expresiile corespunzătoare prezentate în tabelul 4.1.

3. MODELAREA MIŞCĂRII SEMICUPLAJELOR CU AJUTORUL ECUAȚIILOR LAGRANGE DE SPEȚA A II-A

Determinarea funcțiilor de transmitere a forțelor, pentru mecanismul bimobil echivalent cuplajului elastic şi de siguranță, se va realiza aplicând ecuațiile Lagrange de speța a II-a, metodă preferată principiului lui d'Alembert, datorită câtorva avantaje, cum ar fi:

- metoda ecuațiilor lui Lagrange este mult mai simplu de aplicat, datorită volumului de calcul mult mai mic;
- această metodă se pretează foarte bine folosirii softurilor performante de analiză dinamică pe calculator;
- explicitând în relațiile funcțiilor de transmitere ale momentelor, momentele exterioare pe baza caractreristicilor mecanice ale sistemelor energetice motor şi rezistent, se obțin două ecuații diferențiale care reprezintă ecuațiile de mişcare ale sistemului.

3.1. PRECIZĂRI PRIVIND APLICAREA ECUAȚIILOR LAGRANGE

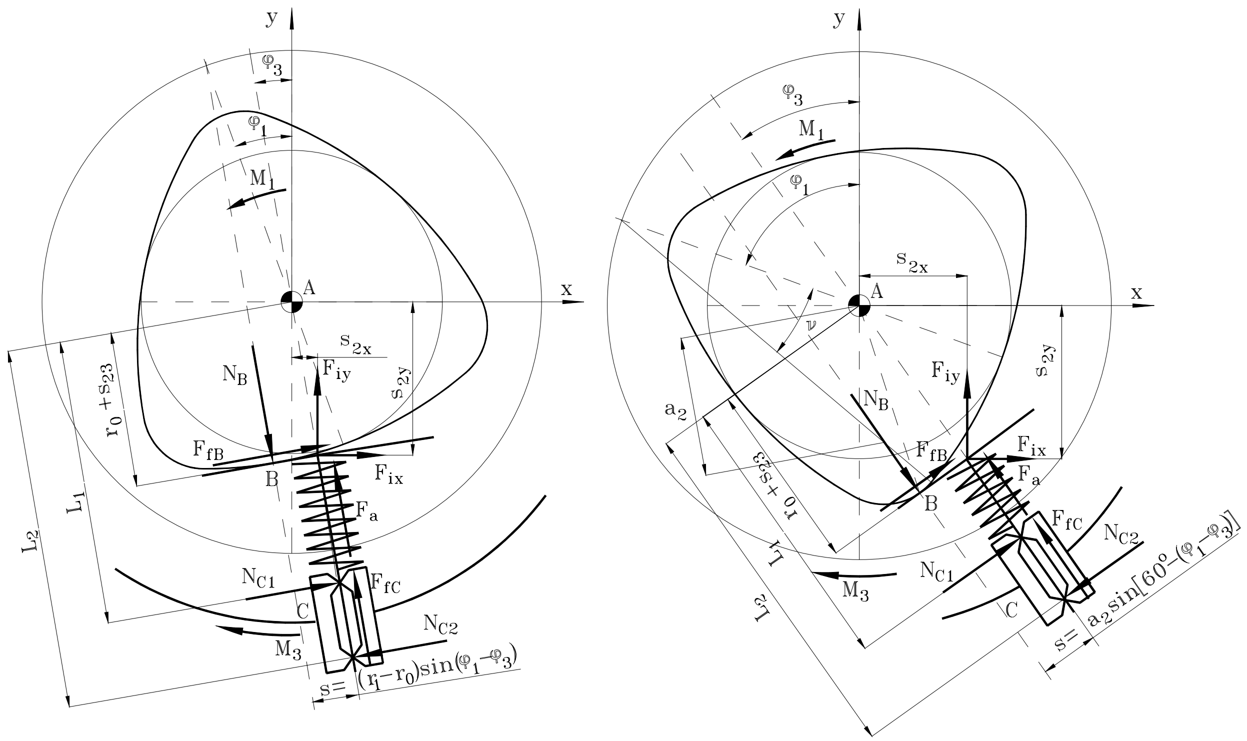
La studiul mişcării unui sistem de corpuri rigide, mecanica analitică porneşte de la o serie de ipoteze. Dintre acestea, cea mai importantă este ipoteza legăturilor ideale, care premite aplicarea principiului lucrului mecanic virtual (puterii mecanice virtuale). În această premiză, aplicarea ecuațiilor lui Lagrange exclude de obicei considerarea forțelor de frecare. Pentru a eluda acest dezavantaj, în continuare forțele de frecare vor fi considerate ca forțe exterioare, determinarea lor fiind realizată distinct, prin metoda d'Alembert.

3.2. MODELAREA FORȚELOR DE FRECARE PE BAZA METODEI D'ALEMBERT

Această etapă urmăreşte determinarea forțelor de frecare F_{fB} şi F_{fC} fig. 2, forțe ale căror expresii sunt necesare pentru determinarea forțelor generalizate Q_1 şi Q_2, din ecuațiile

Lagrange de speța a II-a În conformitate cu metoda d'Alembert, pentru determinarea forțelor de frecare, se izolează elementul 2 şi se scriu ecuațiile de echilibru cinetostatic (fig. 2):

Sistemul rezultat este un sistem compatibil din punct de vedere matematic, componentele forțelor de inerție având expresiile



a. Faza I de decuplare b. Faza a II-a de decuplare

Fig.2. Modelarea forțelor de frecare

$$\begin{cases} N_B(\sin\varphi_3+\mu_B\cos\varphi_3)+N_{C1}(\cos\varphi_3-\mu_C\sin\varphi_3)-N_{C2}(\cos\varphi_3+\mu_C\sin\varphi_3)= \\ \qquad =F_a\sin\varphi_3-F_{ix}, \\ N_B(-\cos\varphi_3+\mu_B\sin\varphi_3)+N_{C1}(\sin\varphi_3+\mu_C\cos\varphi_3)-N_{C2}(\sin\varphi_3-\mu_C\cos\varphi_3)= \\ \qquad =-F_a\cos\varphi_3-F_{iy}, \\ N_B[s+\mu_b(r_0+s_{23})]+N_{C1}L_1-N_{C2}L_2=-F_{iy}s_{2x}-F_{ix}s_{2y}. \end{cases} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} F_{ix}&=-m_t a_{2x}, \\ F_{iy}&=-m_t a_{2y}, \end{aligned} \tag{9}$$

în care a_{2x} şi a_{2y} reprezintă componentele accelerației absolute a tachetului 2, pe axele Ox, respectiv Oy; expresiile acestor componente sunt prezentate în tabelul 4.1.

În urma rezolvării sistemului (8), rezultă următoarele forțe de frecare:

$$\begin{aligned} F_{fB}=&\frac{\mu_B}{(L_2-L_1)(1-\mu_B\mu_C)+2\mu_C[\mu_B(L_2-r_0-s_{23})-s]}\{F_a(L_2-L_1)- \\ &-F_{ix}[L_2(\sin\varphi_3+\mu_C\cos\varphi_3)--L_1(\sin\varphi_3-\mu_C\cos\varphi_3)-2s_{2y}\mu_B]+ \\ &+F_{iy}[L_2(\cos\varphi_3-\mu_C\sin\varphi_3)-L_1(\cos\varphi_3+\mu_C\sin\varphi_3)-2s_{2x}\mu_C]\}, \end{aligned} \tag{10}$$

$$F_{fC} = N_B - F_a + F_{ix} \sin \varphi_3 - F_{iy} \cos \varphi_3 . \qquad (11)$$

3.3. STABILIREA ECUAȚIILOR DE MIŞCARE ŞI STUDIUL ACESTORA

Mecanismul echivalent propus fiind bimobil, are două mişcări independente: $(\varphi_1, \dot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_1)$ şi $(\varphi_3, \dot{\varphi}_3, \ddot{\varphi}_3)$. Pentru determinarea acestora, se vor utiliza cele M=2 funcții de transmitere ale forțelor exterioare, descrise de ecuațiile Lagrange de specța a II-a. Ca urmare, incluzând în acestea explicitările oferite de caracteristicile mecanice ale sistemelor motoare şi rezistente, se obțin ecuațiile de mişcare ale mecanismului [1].

Expresiile generale ale ecuațiilor Lagrange de speța a II-a au forma:

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial E_c}{\partial \dot{\varphi}_1}\right) - \dfrac{\partial E_c}{\partial \varphi_1} = Q_1, \\ \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial E_c}{\partial \dot{\varphi}_3}\right) - \dfrac{\partial E_c}{\partial \varphi_3} = Q_3, \end{cases} \qquad (12)$$

unde E_c este energia cinetică a mecansimului, iar Q_1, respectiv Q_3 sunt forțele generalizate exterioare (forțe exterioare reduse la elementul a cărui mişcare este necunoscută - elementul 1, respectiv 3).

Forța redusă Q_i este o forță convențională, aplicată unui punct ales al elementului - punct numit punct de reducere - şi a cărei expresie rezultă din condiția ca variația puterii mecanice virtuale, obținută prin aplicarea acestei forțe elementului de reducere, să fie egală cu variația puterii dezvoltată de forțele exterioare. Pentru cazul mecanismului considerat, puterea mecanică totală se poate scrie sub forma

$$Q_1\dot{\varphi}_1 + Q_3\dot{\varphi}_3 = M_1\dot{\varphi}_1 - M_3\dot{\varphi}_3 - 3F_a v_{23} - 3F_{f21} v_{21} - 3F_{f23} v_{23}, \qquad (13)$$

unde: M_1 este momentul motor (la semicuplajul conducător); M_3 - momentul rezistent (la semicuplajul condus); F_a - forța rezistentă din arc, pe direcția comprimării acestuia; F_{f21}, F_{f23} - forțele de frecare dintre camă şi tacheți, respectiv dintre tacheți şi semicuplajul condus; v_{21} - viteza relativă dintre camă şi tachet; v_{23} - viteza relativă dintre tachet şi semicuplajul condus.

Dezvoltând relația (13) şi înlocuind expresiile forțelor de frecare se pot determina expresiile forțelor generalizate:

$$Q_1 = M_1 - 3(F_a - F_{fC})k_1 - 3F_{fB}k_2 , \qquad (14)$$

$$Q_3 = -M_3 + 3(F_a - F_{fC})k_1 + 3F_{fB}k_2 . \qquad (15)$$

În conformitate cu teorema lui Kőnig [1], energia cinetică a unui element în mişcare generală are două componente

$$E = E_r + E_{tr} = \frac{1}{2}[\omega]^t [J_G] [\omega] + \frac{1}{2}[v_G]^t [m][v_G], \qquad (16)$$

E_r fiind energia cinetică rezultată din mişcarea de rotație a elementului în jurul centrului de masă (G), iar E_{tr} energia cinetică rezultată din mişcarea de translație a centrului de masă (G).

Ținând seama de relația (4.26), energia cinetică pentru mecanismul considerat are următoarea expresie

$$E_c = 0.5J_1\dot{\varphi}_1^2 + 0.5m\left(v_{2x}^2 + v_{2y}^2\right) + 0.5J_3\dot{\varphi}_3^2, \tag{17}$$

respectiv

$$E_c = 0.5J_1\dot{\varphi}_1^2 + 0.5\,3m_t\left[k_1^2\left(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_3\right)^2 + k_2^2\dot{\varphi}_3^2\right] + 0.5J_3\dot{\varphi}_3^2. \tag{18}$$

În expresia energiei cinetice s-au folosit următoarele notații:

J_1 - momentul de inerție masică al părții de antrenare, redus la arborele conducător;

J_3 - momentul de inerție masică al părții conduse, redus la arborele condus al cuplajului;

$m = 3m_t$ - masa celor 3 tacheți;

v_{2x}, v_{2y} - componentele vitezei absolute a tacheților pe cele două axe;

$\dot{\varphi}$ - viteza unghiulară a elementului de reducere.

4. CONCLUZII

În urma modelării cinematice şi dinamice a cuplajelor elastice şi de siguranță şi a simulărilor numerice efectuate, se pot formula unele concluzii mai importante.

- Trecerea punctului de contact camă-tachet dintr-o fază de funcționare în cealaltă se realizează cu salt de accelerație ceea ce conduce la variații mari de moment de torsiune - atât la semicuplajul conducător cât şi la cel condus – datorită salturilor de momente produse de inerțiile părților conducătoare şi conduse ale cuplajului.
- Funcționarea cuplajului pe zona de racordare a camei este instabilă datorită scăderii bruşte a brațului forței normale braț care la o rotație relativă dintre cele două semicuplaje de $\varphi = 60^o$ devine 0. Pentru urmărirea fazelor de funcționare au fost reprezentate câteva poziții ale camei în mişcarea relativă dintre semicuplaje. Deşi pe porțiune de racordare a camei are loc o creştere de moment rezistent, nu se recomandă funcționarea cuplajului pe această porțiune atât, datorită forței mari de deformație din elementele elastice, cât şi datorită instabilității funcționării.
- Reglarea forței de pretensionare a arcurilor are o influență deosebită asupra momentului de torsiune transmis de cuplaj; astfel, creşterea forței de pretensionare conduce la creşterea capacității de preluare a şocurilor; creşterea forței de pretensionare este corespunzătoare funcționării cuplajului - în punctul de funcționare nominal - la un unghi de rotire relativă între semicuplaje de valoare mică. În cazul în care se doreşte decuplarea de sarcină la apariția celor mai mici şocuri, se recomandă folosirea unor forțe de pretensionare mai mici (corespunzătoare unui unghi de rotire relativă dintre semicuplaje – în punctul de funcționare nominal – de valori apropiate unghiului maxim al primei faze $\varphi_{max\,I}$).

5. BIBLIOGRAFIE

1. Dudiță, Fl., Diaconescu, D. Curs de mecanisme, Cinematica – Dinamica. Universitatea din Braşov, 1982.
2. Stroe, I. Contribuții teoretice şi experimentele privind conceperea şi modelarea unei noi clase de cuplaje cu funcții multiple Cuplaje elastice şi de siguranță. Teză de doctorat. Universitatea Transilvania Braşov,1999.
3. Stroe, I., Eftimie, E. Cuplaje elastice şi de siguranță. Editura Ecran Magazin, Braşov,